

OMTENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 1 2010-10-20

Skrivtid: 14.00-19.00

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon.

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1. (20 poäng)

Sportfiskeklubben Rosa laxen planerar att plantera in fisk i en sjö. Från enkätundersökningar i närområdet vet man att 4% av kvinnorna och 10% av männen är intresserade av sportfiske. Man vet också att könsfördelningen bland de boende i närområdet är 55% kvinnor och 45% män.

- a) Hur stor andel av de boende i närområdet är intresserade av sportfiske?
- b) Hur är könsfördelningen bland de som är intresserade av sportfiske?

Uppgift 2. (20 poäng)

Inflationen nästa månad beräknas bli mellan 0 och 5 procent enligt följande fördelningsfunktion

$$F(x) = \frac{x}{5}, \quad 0 \leq x \leq 5.$$

- a) Vad är sannolikheten att inflationen blir mer än 3 procent?
- b) Vad är sannolikheten att inflationen blir mellan 1.5 och 2 procent?
- c) Vad är sannolikheten att inflationen blir mellan 1.5 och 2 procent om man vet att den blir högst 2 procent?

Uppgift 3. (20 poäng)

En bilförsäljare uppskattar följande sannolikheter för antal bilar som hon kommer att sälja under den kommande veckan:

Antal bilar	0	1	2	3	4	5
Sannolikhet	0.1	0.2	0.35	0.16	0.12	0.07

- a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för antal sålda bilar under veckan.
- b) Bilförsäljaren får en fast lön på 2000 kr i veckan plus en bonus på 1700 kr för varje såld bil. Beräkna väntevärde och standardavvikelse för bilförsäljarens lön under veckan.
- c) Vad är sannolikheten att hon kommer att tjäna mer än 5000 kr?

Uppgift 4. (20 poäng)

Restaurangen Petit Poisson erbjuder sina gäster att beställa ett dryckespaket till maten, det finns två sorter att välja mellan: lyxpaketet eller standardpaketet. Sannolikheten att en gäst väljer lyxpaketet är 0.1 och sannolikheten att en gäst väljer standardpaketet är 0.5. Sannolikheten att en gäst inte väljer något dryckespaket är 0.4. Antag att gästernas val sker oberoende av varandra.

- a) Beräkna sannolikheten att minst 4 av 10 gäster väljer att beställa lyxpaketet.
- b) Beräkna sannolikheten att minst 4 av 10 gäster väljer att beställa något av dryckespaketen.
- c) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för antalet gäster av totalt 10 stycken som inte beställer något dryckespaket.

Uppgift 5. (20 poäng)

I ett samhälle finns två restauranger där det går att beställa mat för hemleverans: Premium Pizza och Petit Poisson. Antag att leveranstiderna är oberoende och normalfördelade med väntevärde 40 respektive 50 minuter samt standardavvikelse 5 respektive 8 minuter.

- a) Vad är sannolikheten att en hemleverans från Petit Poisson tar mellan 45 minuter och en timme?
- b) Vad är sannolikheten att en hemleverans från Petit Poisson tar längre tid än en hemleverans från Premium Pizza?

Formler

Additionssatsen:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Multiplikationssatsen:

$$P(A \cap B) = P(A | B) P(B) = P(B | A) P(A)$$

Väntevärde för en diskret stokastisk variabel X :

$$E(X) = \sum_x x f(x)$$

Varians för en diskret stokastisk variabel X :

$$V(X) = \sum_x [x - E(X)]^2 f(x) = \sum_x x^2 f(x) - [E(X)]^2$$

Kovarians och korrelation mellan två diskreta stokastiska variabler X och Y :

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= \sum_x \sum_y [x - E(X)][y - E(Y)] f_{X,Y}(x, y) = \sum_x \sum_y xy f_{X,Y}(x, y) - E(X) E(Y) \\ \rho &= Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{V(X) V(Y)}} \end{aligned}$$

Räkneregler för väntevärden och varianser (a , b och c är konstanter, X och Y är stokastiska variabler):

$$\begin{aligned} E(c) &= c \\ E(cX) &= cE(X) \\ E(c + X) &= c + E(X) \\ E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\ V(c) &= 0 \\ V(cX) &= c^2 V(X) \\ V(c + X) &= V(X) \\ V(aX + bY) &= a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2ab Cov(X, Y) \end{aligned}$$

Binomialfördelningen:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x! (n-x)!} p^x q^{n-x}$$